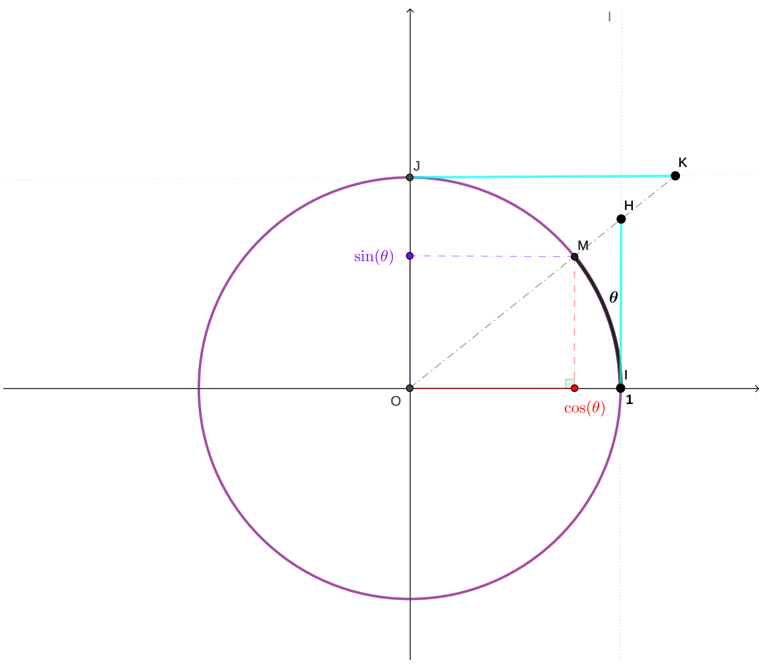
Licence de Mathématiques. Université d'Artois.
P. Lefèvre.

Formulaire trigonométrie



Cercle Trigonométrique

On remarque que

$\tan(\theta) = \overline{IH}$ et $cotan(\theta) = \overline{JK}$

Fonctions sinus et cosinus

θ	$\cos(\theta)$
0	1
$\frac{\pi}{2}$	0
$\frac{3\pi}{2}$	0
π	-1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$

θ	$\sin(\theta)$
0	0
$\frac{\pi}{2}$	1
$\frac{3\pi}{2}$	-1
π	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Fonction tangente

La fonction tan est définie pour $x \in \mathbb{R}$ avec $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ (où $k \in \mathbb{Z}$) par $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

θ	0	π	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\pm\frac{\pi}{2}$
$\tan(\theta)$	0	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	⚠

Premières formules

Pour $x \in \mathbb{R}$, on a

- . $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
- . $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$
- . $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$
- . $\cos(-x) = \cos(x)$
- . $\sin(-x) = -\sin(x)$
- . $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$
- . $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$
- . $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$
- . $\sin(\pi - x) = \sin(x)$
- . $\cos(x + \pi/2) = -\sin(x)$
- . $\sin(x + \pi/2) = \cos(x)$
- . $\cos(\pi/2 - x) = \sin(x)$
- . $\sin(\pi/2 - x) = \cos(x)$

Ecrire les formules correspondantes pour tan.

Forme polaire

- $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$
- $\cos(\theta) = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$
- $\sin(\theta) = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

Formules de duplication

- . $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1 = 1 - 2\sin^2(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$
- . $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$
- . $\tan(2x) = \dfrac{2\tan(x)}{1 - \tan^2(x)}$

Formules d'addition

- . $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
- . $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$
- . $\tan(a + b) = \dfrac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$
- . $\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
- . $\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$
- . $\tan(a - b) = \dfrac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$

Formules angle moitié

(très utiles en intégration)

Pour $x \neq (2k + 1)\pi$ (où $k \in \mathbb{Z}$) et $t = \tan \frac{x}{2}$

- . $\cos(x) = \dfrac{1 - t^2}{1 + t^2}$
- . $\sin(x) = \dfrac{2t}{1 + t^2}$
- . $\tan(x) = \dfrac{2t}{1 - t^2}$

Compléments

Savoir les déduire directement (et rapidement) des formules précédentes...

Formules de linéarisation

- $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\Big(\cos(a-b)+\cos(a+b)\Big)$
- $\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}\Big(\cos(a-b)-\cos(a+b)\Big)$
- $\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\Big(\sin(a+b)+\sin(a-b)\Big)$

Formules de factorisation

- $\cos(p)+\cos(q) = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$
- $\sin(p)+\sin(q) = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$
- $\cos(p)-\cos(q) = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$
- $\sin(p)-\sin(q) = 2\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$

Autres Formules

- $\cos(3x) = 4\cos^3(x) - 3\cos(x)$
- $\sin(3x) = 3\sin(x) - 4\sin^3(x)$
- $1+\cos(x) = 2\cos^2(x/2)$
- $1-\cos(x) = 2\sin^2(x/2)$
- Pour $x \notin \frac{\pi}{2}+\pi\mathbb{Z}$, on a $\quad 1+\tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$