

## EXAMEN - session 1

### CALCULUS 1

Les calculatrices et les documents sont interdits. La rédaction sera prise en compte dans la notation.

(Barème=1+2+2,5+2+(3+2)+(4+4) points)

**Exercice 1.** Soit  $x > 1$ . Simplifier l'expression  $x^{\frac{1}{\ln(x)}}$ .

**Exercice 2.** Résoudre  $\left|x^3 - \frac{7}{2}\right| \leq \frac{9}{2}$  où  $x \in \mathbb{R}$ .

**Exercice 3.** Que valent les limites suivantes ?

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \ln(|\sin(x)|) = \qquad \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^5}{\sqrt{x}} - x^7 e^{-x} =$$

**Exercice 4.** Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ . On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{\sin(\lambda x)}{x}$  lorsque  $x > 0$  et  $f(x) = \ln(x^2 + e^2)$  lorsque  $x \leq 0$ . Pour quelle valeur de  $\lambda$ , la fonction  $f$  est-elle continue ?

**Exercice 5.** a) Calculer les dérivées des fonctions suivantes (*on ne précisera pas le domaine de dérivabilité*), et en donnant la réponse sous une forme simplifiée

$$\bullet g(x) = \frac{x^2 + 1}{3x^2 + 2} \qquad \bullet h(x) = \exp(\sqrt{x^2 + 1})$$

b) Ecrire l'équation de la tangente au point d'abscisse  $x = \frac{\pi}{2}$  à la courbe représentative de la fonction  $f(x) = \sin(\cos(x))$ .

**Exercice 6.** a) Calculer les intégrales suivantes:

$$\bullet \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{2 - \cos(x)} dx \qquad \bullet \int_{-1}^1 x e^{-x} dx$$

b) Calculer  $I = \int_0^1 \frac{\sqrt{1-x}}{(1+x)^{\frac{5}{2}}} dx$  en effectuant le changement de variable  $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ .