

Contrôle continu 2

SÉRIES - INTÉGRALES

*Les calculatrices et les documents sont interdits.
La rédaction sera prise en compte dans la notation.*

Cours. (12,5 points = 1+(1,5+3)+1+1,5+(1,5+3))

1) Rappeler la formule de Stirling.

2) a) Rappeler le théorème de convergence dominée pour les séries.

b) Le démontrer.

3) Soit f continue sur $[a, b[$ (avec $a < b$). Rappeler ce que signifie que l'intégrale $\int_a^b f(x) dx$ converge.

4) Énoncer le critère de Riemann pour les intégrales lorsque la borne "qui pose problème" est $+\infty$ (on donnera seulement la partie en termes de petit ou grand oh).

5) Énoncer le critère de Riemann pour les intégrales lorsque la borne "qui pose problème" est 0 (on donnera seulement la partie en termes d'équivalents).

6) a) Énoncer le test d'Abel-Dirichlet pour les intégrales.

b) Le démontrer.

Exercice 1 (4 points)

Déterminer pour chacune des intégrales suivantes si elle converge ou diverge:

1) $\int_0^{+\infty} \frac{1 - t + t^{\frac{19}{5}}}{1 + t + t^2 + t^3 + t^5} dt$

2) $\int_0^{+\infty} \frac{|\sin(x)|}{x^{\frac{3}{2}}} dx$

3) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}} dx$

Exercice 2 (4,5 points)

Déterminer la nature des intégrales suivantes et les calculer:

1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan(x)} dx$.

2) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(2 + 2t + t^2)^2} dt$