

EXAMEN - CALCULUS 1

session 2

Les calculatrices et les documents sont interdits. La rédaction sera prise en compte dans la notation.

(Barème=2,5+3,5+6+8,5 points)

Exercice 1. Résoudre l'inéquation $\left| \frac{13}{2} - x^2 \right| \leq \frac{5}{2}$ où $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 2. Déterminer les limites suivantes (on justifiera la réponse)

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 - \cos(x)) = \qquad \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^6 + 3e^x - 5}{1 + e^x} =$$

Exercice 3. a) Calculer les dérivées des fonctions suivantes (on admet que le domaine de dérivabilité est \mathbb{R}), et donner la réponse sous une forme simplifiée

$$\bullet g(x) = \frac{e^x + 1}{3e^x + 2} \qquad \bullet h(x) = \ln(2 - \cos(x))$$

b) Justifier que pour tous réels a et b , on a

$$|\ln(2 - \cos(a)) - \ln(2 - \cos(b))| \leq |a - b|.$$

c) Ecrire l'équation de la tangente au point d'abscisse $x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ à la courbe représentative de la fonction $f(x) = \tan(x^2)$.

Exercice 4. a) Calculer les intégrales suivantes:

$$\bullet J_1 = \int_0^1 \sqrt{x} \, dx \qquad \bullet J_2 = \int_0^1 \frac{3x^2}{x^3 - 5} \, dx \qquad \bullet J_3 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$$

b) Calculer $I = \int_0^1 \frac{x+3}{2+\sqrt{1-x}} \, dx$ en effectuant le changement de variable $x = 1 - t^2$